ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С УПРАВЛЕНИЕМ В КОЭФФИЦИЕНТАХ ПРИ СТАРШИХ ПРОИЗВОДНЫХ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Г.Ф.КУЛИЕВ, К.Ш.ДЖАББАРОВА

Бакинский Государственный Университет

cabbarova_konul@mail.ru

В работе рассматривается задача оптимального управления для модельного нелинейного гиперболического уравнения с управлением в старших коэффициентах. Исследован вопрос существования оптимального управления и, используя расширение понятия производной функционала, установлены необходимые условия оптимальности в форме вариационных неравенств.

Задача управления в коэффициентах представляют большой теоретический и практический интерес [1-4]. Сложность задач управления в коэффициентах во многом обусловлена их возможной неразрешимостью, а при исследовании этих задач возникает ряд трудностей, связанных с их некорректностью и сильной нелинейностью [3], [5]. Задачи оптимального управления коэффициентами гиперболических уравнений имеют большое прикладное значение. Такие задачи встречаются при оптимизации механических конструкций, при решении коэффициентных обратных задач [2], [6]. Задачи оптимального управления коэффициентами при старших производных гиперболических уравнений являются некорректными, когда управляющие коэффициенты принадлежат пространству существенно ограниченных функций [3]. Поэтому приходится перейти к новым постановкам таких задач [5]. Один из возможных подходов к решению таких задач связан с использованием гладких (регулярных) управлений. Отметим, что во многих задач физики и техники требуется использование регулярных управлений [6].

В настоящей работе рассматривается задача оптимального управления для одного модельного нелинейного гиперболического уравнения. Управляющая функция входит в коэффициенты при старших производных. Поэтому вычисление производной функционала наталкивается на принципиальные трудности. Особенностью задач с управлением в главной части оператора является то обстоятельство, что уравнение состояния имеет решение не на всем пространстве управлений. В работе исследован вопрос существования оптимального управления и, используя расширения понятия производной функционала, т.е. производную функционала по выпуклому множеству, установлены необходимые условия оптимальности в форме вариационных неравенств.

Постановка задачи

Пусть задана открытая ограниченная область Ω из пространства R^n с гладкой границей Γ, $T>0$, $Q=\Omega\times(0,T)$ -цилиндр, $S=\Gamma\times(0,T)$ -боковая поверхность цилиндра Q. Рассматривается уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\upsilon(x)\frac{\partial u}{\partial x_i}\right)+|u|^{\rho}u=f(x,t),\ (x,t)\in Q,\ n\geq 2, \tag{1}$$

с краевыми условиями

$$u(x,t)=0,\ (x,t)\in S;\ u(x,0)=\varphi_0(x),\ \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\varphi_1(x),\ x\in\Omega, \tag{2}$$

где $u=u(x,t)$ - функция состояния, $\upsilon=\upsilon(x)$ - управление, $f(x,t),\ \varphi_0(x),\varphi_1(x)$ - известные функции, $\rho>0$ - заданное число. Предполагается, что $\varphi_0(x)\in H_0^1(\Omega)\cap L^p(\Omega)$, $\varphi_1\in L^2(\Omega)$, где $p=\rho+2$. Управление выбирается из множества $U=\left\{\upsilon\in H^1(\Omega)\middle|0<a\leq\upsilon(x)\leq b\ \text{ï.â. íà}\ \Omega\right\}$, где a,b - заданные числа.

Для любого $\upsilon\in U$ задача (1), (2) разрешима в пространстве

$$Y_0=\left\{u\middle|u\in L^{\infty}(0,T;H_0^1(\Omega)\cap L^p(\Omega)),\frac{\partial u}{\partial t}\in L^{\infty}(0,T;L^2(\Omega))\right\}$$ (см. [7], с.20).

Отметим, что при каждом допустимом управлении из U решение задачи (1), (2) понимается в обобщенном смысле, т.е. в смысле интегрального тождества.

Определяя вторую производную по t из равенства (1), установим включение $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}\in Y_1$, где $Y_1=L^{\infty}(0,T;H^{-1}(\Omega)+L^{p'}(\Omega))+L^2(Q),\ 1/p+1/p'=1$.

Таким образом, фактически разрешимость задачи (1), (2) устанавливается в пространстве $Y=\left\{u\middle|u\in Y_0,\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}\in Y_1\right\}$.

Отметим, что единственность решения гарантирована лишь при малых значениях показателя нелинейности ρ и размерности n ($\rho\leq\dfrac{2}{n-2}$, ρ - произвольно и конечно при $n=2$) (см. [7], с.27).

Определим функционал

$$I(\upsilon)=\frac{\alpha}{2}\|\upsilon\|_{H^1(\Omega)}^2+\frac{1}{2}\int_Q\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\partial(u-u_d)}{\partial x_i}\right|^2dxdt, \tag{3}$$

где $\alpha>0$ - заданное число, $u_d\in L^2(0,T;H_0^1(\Omega))$ - заданная функция. Ставится следующая задача оптимального управления: найти такое допустимое управление из U, которое вместе с решением задачи (1), (2) минимизирует функционал (3) на множестве U. Эту задачу назовем задачей (1)-(3).

Теорема 1. Задача (1)-(3) разрешима.

Доказательство. Пусть $\{\upsilon_k\} \subset U$ минимизирующая последовательность, т.е. $\lim\limits_{k\to\infty} J(\upsilon_k) = \inf\limits_{\upsilon\in U} J(\upsilon)$. В силу коэрцитивности функционала $I(\upsilon)$ минимизирующая последовательность $\{\upsilon_k\}$ ограничена в $H^1(\Omega)$. Извлечём из неё такую подпоследовательность, с сохранением прежнего обозначения, что имеет место $\upsilon_k \to \upsilon_0$ слабо в $H^1(\Omega)$. По теореме Реллиха $\upsilon_k \to \upsilon_0$ сильно в $L^2(\Omega)$ при $k \to \infty$. В силу слабой замкнутости множества U, $\upsilon_0 \in U$. Умножая равенство (1) при $\upsilon = \upsilon_k$ на производную $\frac{\partial u_k}{\partial t} \equiv \frac{\partial u(\upsilon_k)}{\partial t}$ и интегрируя результат по области Ω, после элементарных преобразований будем иметь

$$\frac{d}{dt}\left[\int_\Omega \left(\frac{\partial u_k}{\partial t}\right)^2 dx + \int_\Omega \upsilon_k \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i}\right)^2 dx + \frac{2}{p}\int_\Omega |u_k|^p dx\right] \le \int_\Omega f^2 dx + \int_\Omega \left(\frac{\partial u_k}{\partial t}\right)^2 dx .$$

Интегрируя полученное неравенство по t с учетом леммы Гронуолла и условий (2), установим ограниченность последовательности $\{u_k\}$ в пространстве Y_0. Тогда, пользуясь теоремой Банаха-Алаоглу, извлечем из последовательности $\{u_k\}$ такую последовательность, с сохранением прежнего обозначения, что имеет место $u_k \to u$ $*$- слабо в Y_0. Кроме того, пользуясь компактностью вложения пространства Y_0 в $L^2(Q)$ (см. [7], с.70), получаем, что $u_k \to u_0$ сильно в $L^2(Q)$ и п.в. на Q, а значит $|u_k|^\rho u_k \to |u_0|^\rho u_0$ п.в. на Q. Из ограниченности $\{u_k\}$ в пространстве $L^p(Q)$ следует, что последовательность $\{|u_k|^\rho u_k\}$ ограничена в $L^{p'}(Q)$. В силу определения обобщенного решения задачи (1), (2), для $\upsilon = \upsilon_k$, $u = u_k = u(\upsilon_k)$ имеем

$$\int_Q \left(-\frac{\partial u_k}{\partial t}\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \upsilon_k \frac{\partial u_k}{\partial x_i}\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} + |u_k|^\rho u_k \Phi\right) dxdt - \int_\Omega \varphi_1(x)\Phi(x,0)dx = \int_Q f\,\Phi dxdt \quad (4)$$

$\forall \Phi \in C^1(\overline{Q}), \Phi(x,T) = 0$ в $\Omega, \Phi(x,t) = 0$ на S.

Тогда, перейдя к пределу в (4), установим, что $u_0 = u(\upsilon_0)$, а значит, отображение $\upsilon \to u(\upsilon)$ слабо непрерывно. Учитывая свойства нормы в гильбертовом пространстве, приходим к неравенству

$$I(\upsilon_0) \le \varliminf_{k\to\infty} I(\upsilon_k) = \lim_{k\to\infty} I(\upsilon_k) = \inf_{\upsilon\in U} I(\upsilon),$$

откуда следует, что управление $u_0 \in U$ оптимально. Теорема доказана.

Производная по выпуклому множеству

Установим необходимые условия оптимальности для задачи (1)-(3), состоящей в минимизации функционала $I(\upsilon)$ на выпуклом множестве U пространства $H^1(\Omega)$.

Если данный функционал дифференцируем по Гато, то решение задачи $u_0 \in U$ удовлетворяет вариационному неравенству ([5], с.18)

$$\left\langle I'(\upsilon_0), \upsilon - \upsilon_0 \right\rangle \geq 0 \quad \forall \upsilon \in U. \tag{5}$$

Для достижения желаемой цели достаточно найти соответствующую производную Гато, если она существует. Для этого требуется вычислить разность $I(\upsilon_0 + \sigma h) - I(\upsilon_0)$, где σ-некоторое число, а h - произвольный элемент пространства $H^1(\Omega)$. Тогда функция $\upsilon_0 + \sigma h$ может принимать отрицательные значения. Установить разрешимость задачи (1), (2) для такого управления не удается ввиду отсутствия априорной оценки решения краевой задачи, вследствие чего нет возможности использования неравенства (5). Поэтому предлагается такое обобщение производной Гато, которое оказалось бы линейным оператором, но не требовало бы в процессе его вычисления выхода за пределы заданного множества.

Определение 1 ([8]). Оператор L, определенный на выпуклом подмножестве U банахова пространство V со значениями в банаховом пространстве Y, назовем дифференцируемым по множеству U в точке $\upsilon \in U$, если существует такой линейный непрерывный оператор $D: V \to Y$, что при $\sigma \to 0$ имеет место сходимость

$$[L(\upsilon + \sigma(h-\upsilon)) - L\upsilon]/\sigma \to D(h-\upsilon) \text{ в } Y \text{ для любого } h \in U.$$

При $U = V$ производная по множеству U совпадает с производной Гато.

Теорема 2. Если функционал $I(\upsilon)$ имеет производную $I'(\upsilon_0)$ по выпуклому множеству U в точке $\upsilon_0 \in U$, то необходимым условием его минимума на этом множестве в данной точке υ_0 будет вариационное неравенство (5).

На самом деле, если υ_0 - точка минимума функционала $I(\upsilon)$ на множестве U, то справедливо неравенство $L(\upsilon_0 + \sigma(\upsilon - \upsilon_0)) - I(\upsilon_0) \geq 0$ для всех $\upsilon \in U$, $\sigma \in (0,1)$. Разделив это неравенство на σ и перейдя в нем к пределу при $\sigma \to 0$ с учетом определения 1, получаем неравенство (5).

Задача дифференцируемости функции состояния по управлению

Пусть заданы банаховы пространства V, Y, Z, выпуклое подмножество U пространства V и дифференцируемые по Фреше оператор $A: V \times Y \to Z$ и функционал $J: V \times Y \to R$. В дальнейшем через $A_1'(\upsilon,u), A_2'(\upsilon,u)$, $J_1'(\upsilon,u)$, $J_2'(\upsilon,u)$ обозначаются частные производные оператора и функционала. Предполагается, что для любого $\upsilon \in U$ существует единственная точка $u(\upsilon) \in Y$, удовлетворяющая уравнению $A(\upsilon, u(\upsilon)) = 0$.

Задача H состоит в отыскании такого управления $\upsilon \in U$, на котором достигается минимум функционала $I(\upsilon) = J(\upsilon, u(\upsilon))$ на множестве U. Для приведения задачи (1)-(3) к этому виду H достаточно в качестве $A(\upsilon, u)$ выбирать $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\upsilon(x)\frac{\partial u}{\partial x_i}\right) + |u|^{\rho} u - f$, а в качестве $J(\upsilon, u)$ - соответствующее значение критерия оптимальности для задачи (1)-(3).

Теорема 3. Если отображение $\upsilon \to u(\upsilon)$ дифференцируемо по множеству U в точке $\upsilon_0 \in U$ и существует решение $p \in Z'$ сопряженной задачи

$$A_2'(\upsilon_0, u_0)^* p = J_2'(\upsilon_0, u_0), \tag{6}$$

$$p(x,T) = 0, \ \frac{\partial p(x,T)}{\partial t} = 0, \tag{7}$$

где $u_0 = u(\upsilon_0)$, то для того чтобы эта точка была решением задачи H, необходимо, чтобы выполнялось соотношение

$$\left\langle J_1'(\upsilon_0, u_0) - A_1'(\upsilon_0, u_0)^* p, \upsilon - \upsilon_0 \right\rangle \geq 0, \quad \forall \upsilon \in U. \tag{8}$$

Доказательство. Если отображение $\upsilon \to u(\upsilon)$ имеет производную $u'(\upsilon_0)$ по множеству U в точке υ_0, то с помощью теоремы о дифференцировании сложной функции ([9], с.637) найдем соответствующую производную функционала I из равенства

$$\left\langle I'(\upsilon_0), \upsilon - \upsilon_0 \right\rangle = \left\langle J_1'(\upsilon_0, u_0), \upsilon - \upsilon_0 \right\rangle + \left\langle J_2'(\upsilon_0, u_0), u'(\upsilon_0)(\upsilon - \upsilon_0) \right\rangle, \quad \forall \upsilon \in U.$$

Аналогично из уравнения $A(\upsilon, u(\upsilon)) = 0$ на управлениях $\upsilon_0 + \sigma(\upsilon - \upsilon_0)$ и υ_0 следует равенство

$$A_1'(\upsilon_0, u_0)(\upsilon - \upsilon_0) + A_2'(\upsilon_0, u_0)\left[u'(\upsilon_0)(\upsilon - \upsilon_0)\right] = 0.$$

Тогда для любой функции λ из Z' справедливо соотношение

$$\left\langle A_1'(\upsilon_0, u_0)^* \lambda, \upsilon - \upsilon_0 \right\rangle + \left\langle A_2'(\upsilon_0, u_0)^* \lambda, u'(\upsilon_0)(\upsilon - \upsilon_0) \right\rangle = 0.$$

Если теперь в качестве λ выбирать решение задачи (6)-(7), то справедливо равенство

$$\left\langle I'(\upsilon_0), \upsilon - \upsilon_0 \right\rangle = \left\langle J_1'(\upsilon_0, u_0) - A_1'(\upsilon_0, u_0)^* p, \upsilon - \upsilon_0 \right\rangle, \quad \forall \upsilon \in U$$

и условие (8) следует из вариационного неравенства (5). Отметим, что в том случае, когда $A_2'(\upsilon_0, u_0)$ обладает непрерывным обратным оператором, задача (6), (7) имеет единственное решение в силу одновременной обратимости взаимно сопряженных операторов ([9], с.456), а дифференцируемость отображения $\upsilon \to u(\upsilon)$ следует из теоремы о неявной функции ([9], с. 662). Практическое применение теоремы 3 для поставленной задачи сводится к проверке однозначной разрешимости в соответствующих пространствах линеаризованного уравнения $A_2'(\upsilon_0, u_0)\varphi = z$. Применительно к уравнению (1) имеем задачу

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\upsilon_0\frac{\partial\varphi}{\partial x_i}\right)+(\rho+1)|u_0|^\rho\varphi=z,\ \varphi|_S=0,\ \varphi(x,T)=0,\ \frac{\partial\varphi(x,T)}{\partial t}=0.$$

При $\rho\le\dfrac{2}{n-2}$ ([7]), эта задача имеет единственное слабое решение для любой $z\in L^2(0,T;\,H^{-1}(\Omega))$.

Теорема 4. При $\rho\le\dfrac{2}{n-2}$ решение задачи (1)-(3) удовлетворяет вариационному неравенству

$$\alpha\cdot\int_\Omega\left[\upsilon_0(\upsilon-\upsilon_0)+\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\upsilon_0}{\partial x_i}\left(\frac{\partial\upsilon}{\partial x_i}-\frac{\partial\upsilon_0}{\partial x_i}\right)\right]dx-\int_Q\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial u_0}{\partial x_i}\frac{\partial p}{\partial x_i}(\upsilon-\upsilon_0)dxdt\ge0\quad\forall\upsilon\in U, \tag{9}$$

где $p(x,t)$ - решение следующей задачи

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\upsilon_0\frac{\partial p}{\partial x_i}\right)+(\rho+1)|u_0|^\rho p=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial^2 u_d}{\partial x_i}-\frac{\partial^2 u_0}{\partial x_i^2}\right), \tag{10}$$

$$p|_S=0,\ p(x,T)=0,\ \frac{\partial p(x,T)}{\partial t}=0. \tag{11}$$

Доказательство. Найдем соответствующие производные и подставим результат в соотношения (6) и (8). Для любых функций $\upsilon\in H^1(\Omega),\ \varphi\in Y$ имеем

$$A_1'(\upsilon_0,u_0)\upsilon=-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\upsilon\frac{\partial u_0}{\partial x_i}\right),$$

$$A_2'(\upsilon_0,u_0)\varphi=\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\upsilon_0\frac{\partial\varphi}{\partial x_i}\right)+(\rho+1)|u_0|^\rho\varphi,$$

$$\langle J_1'(\upsilon_0,u_0),\upsilon\rangle=\alpha\langle\upsilon_0,\upsilon\rangle_{H^1(\Omega)},\langle J_2'(\upsilon_0,u_0),\varphi\rangle=\langle u_0-u_d,\varphi\rangle_{L^2(0,T;H_0^1(\Omega))}.$$

В результате $J_2'(\upsilon_0,u_0)=\sum_{i=1}^{n}\dfrac{\partial^2}{\partial x_i^2}(u_d-u_0)$, а сопряженное уравнение (6) принимает вид (10). При этом вариационное неравенство (8) записывается в виде

$$\alpha\cdot\int_\Omega\left[\upsilon_0(\upsilon-\upsilon_0)+\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\upsilon_0}{\partial x_i}\left(\frac{\partial\upsilon}{\partial x_i}-\frac{\partial\upsilon_0}{\partial x_i}\right)\right]dx+\int_Q\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left[(\upsilon-\upsilon_0)\frac{\partial u_0}{\partial x_i}\right]pdxdt\ge0\quad\forall\upsilon\in U,$$

откуда следует соотношение (9).

***Расширенная производная по выпуклому множеству* [*8*]**

Оператор $L:V\to Y$, связывающий соответствующие банаховы пространства, называется (V_1,Y_1,V_2,Y_2)- расширенно дифференцируемым в точке $\upsilon_0\in V$, если существуют такие банаховы пространства V_1,V_2,Y_1,Y_2, удовлетворяющие непрерывным вложениям $V_1\subset V_2\subset V, Y\subset Y_2\subset Y_1$, и такой линейный непрерывный оператор $D: V_2 \to Y_2$, что при $\sigma \to 0$ имеет место сходимость $[L(\upsilon_0 + \sigma h) - L(\upsilon_0)]/\sigma \to Dh$ в Y_1 для всех $h \in V_1$. Если речь идет о функционалах, то $Y_1 = Y = R$, т.е. расширенная производная функционала отличается от классической лишь своей областью определения. Очевидно, что при $V_1 = V, Y_1 = Y$ приходим к классической производной Гато, но в общем случае возможно существование производной оператора и в отсутствии производной Гато. Однако использование расширенной производной зависимости решения задачи (1), (2) от управления в данном случае не представляется возможным, поскольку при некоторых направлениях $h \in V_1$ точка $\upsilon_0 + \sigma h$ может принимать отрицательные значения, которые не допустимы. В этой связи естественно воспользоваться понятием, сочетающим в себе свойства расширенной производной и производной по выпуклому множеству.

Определение 2. Оператор $L: V \to Y$ называется (V_1, Y_1, V_2, Y_2)-расширенно дифференцируемым по выпуклому подмножеству U пространства V в точке $\upsilon_0 \in U$, если существуют такие банаховы пространства V_1, V_2, Y_1, Y_2, удовлетворяющие непрерывным вложениям $V_1 \subset V_2 \subset V, Y \subset Y_2 \subset Y_1$, и такой линейный непрерывный оператор $D: V_2 \to Y_2$, что при $\sigma \to 0$ имеет место сходимость $[L(\upsilon_0 + \sigma(\upsilon - \upsilon_0)) - L(\upsilon_0)]/\sigma \to D(\upsilon - \upsilon_0)$ в Y_1 для всех $\upsilon \in U \cap (\upsilon_0 + V_1)$ ([8]).

При $U = V$ расширенная производная по U совпадает с обычной расширенной производной, а при $V_1 = V, Y_1 = Y$ - с производной, характеризуемой определением 1.

Теорема 5. Если функционал $I(\upsilon)$ имеет расширенную производную $I'(\upsilon_0)$ по выпуклому множеству U в точке $\upsilon_0 \in U$, то необходимым условием его минимума на этом множестве в данной точке υ_0 будет вариационное неравенство

$$\left\langle I'(\upsilon_0), \upsilon - \upsilon_0 \right\rangle \geq 0, \quad \forall \upsilon \in U \cap (\upsilon_0 + V_1).$$

На самом деле, достаточно в доказательстве теоремы 2 выбирать варьируемые направления из соответствующего более узкого класса функций. Аналогично, заменяя в теореме 3 обычные производные на расширенные, с соответствующим изменением функциональных пространств, приходим к следующему утверждению.

Теорема 6. Пусть отображение $\upsilon \to u(\upsilon)$ (V_1, Y_1, V_2, Y_2)- расширенно дифференцируемо по множеству U в точке υ_0, функционал J обладает (V_1, R, V_2, R)-расширенной производной $J_1'(\upsilon_0, u_0)$ по множеству U и (Y_1, R, Y_2, R)- расширенной производной в точке (υ_0, u_0), где $u_0 = u(\upsilon_0)$, и решение сопряженной задачи (6)-(7), удовлетворяющее включениям $A_1'(\upsilon_0, u_0)^* p \in V_1^*, A_2'(\upsilon_0, u_0)^* p \in Y_2^*$, существует. Для того чтобы точка υ_0 была решением задачи H, необходимо, чтобы выполнялось соотношение

$$\left\langle J_1'(\upsilon_0,u_0)-A_1'(\upsilon_0,u_0)^* p,\upsilon-\upsilon_0\right\rangle \ge 0, \quad \forall \upsilon \in U \cap (\upsilon_0+V_1)\,.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Лурье К.А. Оптимальное управление в задачах математической физики. М.: Наука, 1975, 480 с.
2. Арман Ж.П. Приложение теории оптимального управления системами с распределенными параметрами к задачам оптимизации конструкций. М.: Мир, 1977, 142 с.
3. Murat F. Contre – exemples pour divers problems on le controle intervient dans les coefficients // Ann.Mat.Pura Appl., 1977, v.112, p.49-68.
4. Сиразетдинов Т.К. Оптимизация систем с распределенными параметрами. М.: Наука, 1977, 480 с.
5. Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. М.: Мир, 1972, 416 с.
6. Гласко В.Б. Обратные задачи математической физики. М.: МГУ, 1982, 112 с.
7. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.: Мир, 1972, 588 с.
8. Серовайский С.Я. Задача управления в коэффициентах и расширенная производная по выпуклому множеству // Изв. вузов. Математика, 2005, №12, с.46-55.
9. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. М.: Наука, 1977, 742 с.
10. Серовайский С.Я. Секвенциальные производные операторов и их приложения в негладких задачах оптимального управления // Изв. вузов. Математика, 2006, №12, с.75-87.
11. Серовайский С.Я. Секвенциальное дифференцирование и его приложения в задачах оптимального управления // Изв. вузов. Математика, 2008, №7, с.45-56.
12. Серовайский С.Я. Необходимые условия оптимальности для нелинейной стационарной системы в отсутствии дифференцируемости состояния по управлению // Изв. вузов. Математика, 2010, №6, с.32-46.
13. Серовайский С.Я. Оптимизация и дифференцирование. Алмааты: Print-S, 2006, т. 1, 390 с.
14. Тагиев Р.К. Оптимальное управление коэффициентами квазилинейного параболического уравнения // Автоматика и телемеханика. 2009, № 11, с.55-59.

QEYRİ-XƏTTİ HİPERBOLİK TƏNLİK ÜÇÜN YÜKSƏK TƏRTİB TÖRƏMƏLƏRİN ƏMSALLARINDA İDARƏEDİCİ OLAN OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİ

H.F.QULİYEV, K.Ş.CABBAROVA

XÜLASƏ

İşdə bir qeyri-xətti hiperbolik tənlik üçün yüksək tərtib törəmələrin əmsallarında idarəedici olan optimal idarəetmə məsələsinə baxılmışdır. Optimal idarəedicinin varlığı məsələsi tədqiq olunmuş və funksionalın törəməsi anlayışının genişlənməsindən istifadə edərək variasional bərabərsizliklər şəklində optimallığın zəruri şərtləri alınmışdır.

OPTIMAL CONTROL PROBLEM WITH CONTROL AT THE COEFFICIENTS OF HIGH DERIVATIVES FOR THE NONLINEAR HYPERBOLIC EQUATION

H.F.GULIYEV, K.Sh.JABBAROVA

SUMMARY

The paper considers the optimal control problem for one non – linear hyperbolic equation with controls at high derivatives. The existence of the optimal control is investigated and using the expanded definition of the derivative of the functional, the necessary optimality conditions are obtained in the form of variational inequalities.